

INTEGRACION POR PARTES

EJEMPLO 3: $\int x \cdot \sin x \, dx$

Observemos que ésta no es una integral inmediata y que al aplicar el método de sustitución

$$\begin{cases} t = \sin x \\ dt = \cos x \, dx \end{cases}$$

resulta que con el valor de dt no logramos llegar a una parte de la fn integrando dada, por lo cual el método anteriormente visto no nos es útil.

Para resolver esta integral utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du \quad \text{donde 'u' y 'v' funciones de 'x'}$$

Para ello, llamaremos:

derivando $\rightarrow u = x$
 du

y $dv = \sin x \, dx$
 $\int dv = \int \sin x \, dx$
 $v = -\cos x$

integrando $\rightarrow$

Reemplazando en la fórmula nos queda:

$$\begin{aligned} \int \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{\sin x \, dx}_{dv} &= \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{(-\cos x)}_{v} - \int \underbrace{(-\cos x)}_{v} \underbrace{dx}_{du} \\ &= -x \cdot \cos x - (-1) \int \cos x \, dx \quad \text{por prop. de integrales} \\ &= -x \cdot \cos x + \sin x + C \quad \text{listo!} \end{aligned}$$

INTEGRACION DE EXPRESIONES RACIONALES

Este tipo de integrales son de la forma:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} \, dx, \quad \text{donde } P(x) \text{ y } Q(x) \text{ son polinomios con } Q(x) \neq 0 \text{ y } Q(x) \neq \text{cte}$$

La resolución varía de acuerdo a:

Caso 1) El grado del polinomio del numerador es mayor o igual al grado del polinomio del denominador.

Pasos a seguir:

1º) Realizar la división de los polinomios.

2º) Escribir la división como:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \text{cociente} + \frac{\text{resto}}{Q(x)}$$

3º) Reescribir la integral dada en la forma del 2º paso:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} \, dx = \int \left[\text{cociente} + \frac{\text{resto}}{Q(x)} \right] \, dx$$

4º) Aplicando propiedad de integrales: $\int \frac{P(x)}{Q(x)} \, dx = \int \text{cociente} \, dx + \int \frac{\text{resto}}{Q(x)} \, dx$

5º) Integrar.